



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A1. a) Discutir y resolver cuando sea posible el siguiente sistema lineal: (1,75 puntos)

$$\begin{cases} ax + y = 0 \\ -2x + y + az = 1 \\ y + az = 1 \end{cases}$$

b) ¿Existe algún valor del parámetro a para el cual el vector $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sea solución del sistema anterior?

(0,75 puntos)

A2. a) Utilizar el cambio de variable $t^3 = 1 - x$ para calcular el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x)^{1/3} - 1}{x}. \quad (1 \text{ punto})$$

b) Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ 1 - x & x \geq 1 \end{cases}$ y obtener $\int_{-1/2}^{1/2} f(x) dx$. (1,5 puntos)

A3. Sea la función $f(x) = x \ln x + (1-x) \ln(1-x)$ con $x \in (0,1)$.

a) Calcular sus extremos relativos. (1,5 puntos)

b) Estudiar su crecimiento y decrecimiento y razonar si posee algún punto de inflexión. (1 punto)

A4. a) Calcular el plano determinado por los puntos $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$. (1 punto)

b) Determinar el ángulo que forman los planos

$$\pi_1 \equiv \sqrt{2}x + y + z = 2 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv z = 0 \quad (0,75 \text{ puntos})$$

c) Obtener el producto vectorial de $\vec{a} = (2,0,1)$ y $\vec{b} = (1,-1,3)$. (0,75 puntos)

OPCIÓN B

B1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha & 0 \\ -\operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$

- a) Estudiar si existen valores de α y β para los cuales la matriz A sea simétrica. ¿Será la matriz $B = AA^T$ igual a la matriz identidad en algún caso? (1 punto)
- b) Razonar cuál es la relación entre el determinante de A y el de B . (0,75 puntos)

c) Discutir y resolver cuando sea posible el sistema $B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (0,75 puntos)

B2. El número de socios de una ONG viene dado por la función

$$n(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 26$$

donde x indica el número de años desde su fundación.

- a) Calcular el número de socios iniciales en el momento fundacional y en el quinto año. (0,5 puntos)
- b) ¿En qué año ha habido el menor número de socios? ¿Cuántos fueron? (1 punto)
- c) El cuarto año se produjo un cambio en la junta directiva, ¿influyó en el ascenso o descenso del número de socios? (1 punto)

B3. Sea $f(x) = \frac{x}{1 - \sqrt{1+x}}$ una función definida en $[-1, +\infty)$

- a) ¿Cuánto debe valer $f(0)$ para asegurar que $f(x)$ es continua en su dominio? Calcular

$$\int_1^2 \frac{f(x)}{1 + \sqrt{1+x}} dx. \text{ (1,5 puntos)}$$

- b) Para $G(x) = \int_1^x \frac{f(t)}{1 + \sqrt{1+t}} dt$ calcular $G'(x)$. (1 punto)

B4. Estudiar la posición relativa de la recta $r \equiv \frac{x+1}{3} = y-2 = \frac{z}{2}$ y el plano determinado por los puntos

$A(1,3,2)$, $B(2,0,1)$ y $C(1,4,3)$. ¿Son perpendiculares? Hallar la distancia del punto $P(4/5, 13/5, 6/5)$ a la recta r . (2,5 puntos)



En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

- a) Se adjudicará hasta un punto por la discursión del sistema en función del parámetro.
- b) Por la sustitución correcta se dará hasta 0.5 puntos.

A 2.

- a) Por la correcta realización del cambio de variable se asignará 0.5 puntos.
- b) El cálculo de los límites laterales se valorará con 0.75 puntos y la elección correcta de la definición de $f(x)$ en el intervalo de integración con 0.25 puntos.

A 3.

- a) El cálculo correcto de $f'(x)$ y $f''(x)$ valdrá 0.75 puntos.
- b) Se dará 0.75 puntos por la escritura correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

A 4.

En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.

OPCIÓN B

B 1.

- a) Se adjudicará 0.75 puntos por el cálculo de α y β que hagan que A sea suma.
- b) Se dará la máxima puntuación si el estudiante demuestra conocer la teoría adecuada.
- c) Se valorará con 0.5 puntos la discursión del sistema.

B 2.

En este ejercicio se considerará de manera positiva la comprensión del enunciado.

Por el cálculo de $n'(x)$ y $n''(x)$ se dará 0.5 puntos.

B 3.

- a) Cada una de las dos partes se valorará con 0.75 puntos.
- b) Por la simplificación correcta del cociente de funciones se adjudicará 0.25 puntos.

El uso correcto de la teoría adecuada será tenido en cuenta.

B 4.

Por la obtención del plano que pasa por los puntos A, B, C se dará un punto y por el estudio de la posición relativa 0.75 puntos.